Kommentar zu A2

Man kann die Vektorgleichung

$$(I): \quad d = a \times (b \times x) + (x,b)c$$

aufloesen indem man zunaechst durch die ueblichen Identitaeten das Kreuzprodukt loswird:

$$(I) \Leftrightarrow d = (a,x)b - (a,b)x + (x,b)c$$

und dann durch Multiplizieren mit den Vektoren a und b eingeschraenkte Gleichungen folgert, die Aussagen ueber die auftretenden Skalarprodukte erlauben:

$$(I) \Rightarrow (a,d) = (a,x)((a,b) - (a,b)) + (x,b)(c,a)$$

man beachte dass der Pfeil nur nach Rechts zeigt!
Aufloesen liefert

$$(x,b) = (a,d)/(a,c)$$

analog

$$(I) \Rightarrow (b,d) = (a,x)(b,b) + (x,b)((c,b) - (a,b))$$

und Aufloesen liefert wieder

$$(x,a)(b,b) = (b,d) - ((c,b) - (a,b))(a,d)/(a,c)$$

Zurueck Einsetzen dann

$$(a,b)x = -d + \frac{(a,d)}{(a,c)}c + \frac{(d,b) - \frac{(d,a)}{(c,a)}((c,b) - (a,b))}{(b,b)}$$

(dank an J.O.)
Man kann das ganze auch abstrakter Angehen analog dazu wie ich die a) vorgerechnet habe, und das ganze als Matrix schreiben und formal die Inverse hinschreiben:

$$d = b(a,x) - x(a,b) + c(x,b) \Leftrightarrow d = \underbrace{(cb^T + ba^T - (a,b)\mathbb{1})}_{=M} x$$

Falls dann $\det M \neq 0$ kann man invertieren:

$$x = M^{-1}d$$

Kommentar zu A3

Hier schreibe ich nur noch mal den letzten Teil hin der am meissten Probleme gemacht hat:

$$\begin{aligned}
[\nabla \times (\nabla \times A)]_i &= \epsilon_{ijk}\partial_j \epsilon_{klm}\partial_l A_m \\
&= (\delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl})\partial_j\partial_l A_m \\
&= \partial_i\partial_m A_m - \partial_l\partial_l A_i \\
&= [\nabla(\nabla \cdot A) - \Delta A]_i
\end{aligned}$$

Besonders wichtig hier: Es steht nach dem ersten Nabla in der letzten Zeile kein Kringel $(\cdot)$, d.h. es wird der Gradient gebildet. Das Objekt in der Klammer hat einen Kringel, und deswegen wird die Divergenz gebildet. Wenn A ein Vektor ist, ist ∇A eine Matrix und $\nabla \cdot A$ eine Zahl! Wenn f eine Zahl (Skalar) ist, ist ∇f ein Vektor und $\nabla \cdot f$ macht keinen Sinn.